医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

医学部専門予備校 YMS × 医学部進学予備校 メビオ

解答速報

福岡大学医学部　数学

2021年 2月2日実施

［I］　次の $\boxed{}$ をうめよ。答は解答用紙の該当(がいとう)欄に記入せよ。

(i)　1 とは異なる 2 つの正の数 x，y が $\begin{cases} x^{x+y}=y^{10} \\ y^{x+y}=x^{90} \end{cases}$ をみたすとき，$x+y=$ $\boxed{(1)}$ であり，さらに $(x,\ y)=$ $\boxed{(2)}$ である。

(ii)　2 つの関数 $f(x)$，$g(x)$ を $f(x)=x^2-2x+3$，$g(x)=2x^2+6x-1$ と定める。このとき，$f(x) \geqq g(x)$ をみたす x の値の範囲は $\boxed{(3)}$ である。関数 $h(x)=\min\{f(x),\ g(x)\}$ は，x に対して $f(x)$ と $g(x)$ のうち，大きくない方を値にもつ関数を表すとする。x が $-2 \leqq x \leqq 2$ の範囲にあるとき，$h(x)$ の最大値を M，最小値を m とする。このとき $(M,\ m)=$ $\boxed{(4)}$ である。

(iii)　1 辺の長さが 1 の正六角形 OABCDE において，線分 AC を 3 : 1 に内分する点を P とする。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ $\boxed{(5)}$ である。また，△OBP の面積は $\boxed{(6)}$ である。

解答

(i)　(1) 30　(2) $(3,\ 27)$　(ii)　(3) $-4-2\sqrt{5} \leqq x \leqq -4+2\sqrt{5}$　(4) $\left(3,\ -\dfrac{11}{2}\right)$

(iii)　(5) $\dfrac{7}{4}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{OE}}$　(6) $\dfrac{5\sqrt{3}}{16}$

解説

(i)　2 つの方程式について，自然対数をとると，

$$(x+y)\log x = 10\log y \cdots ①$$

$$(x+y)\log y = 90\log x \cdots ②$$

①，② 辺々かけると，

$$(x+y)^2(\log x)(\log y) = 900(\log x)(\log y)$$

$x \neq 1$，$y \neq 1$ より，$\log x \neq 0$，$\log y \neq 0$ であるから，

$$(x+y)^2 = 900$$

$x>0$，$y>0$ より，$x+y>0$ である。よって，

$$x+y=\mathbf{30}$$

このとき，$y=30-x$ より，① に代入して，

$$30\log x = 10\log(30-x)$$
$$3\log x = \log(30-x)$$
$$\log x^3 = \log(30-x)$$
$$x^3 = 30-x$$
$$x^3+x-30=0$$
$$(x-3)(x^2+3x+10)=0$$

x は正の実数より，$x^2+3x+10>0$ である。これより，

$$x=3,\ y=30-3=27$$

よって，

$$(x,\ y) = \mathbf{(3, 27)}$$

（別解）

$x^{x+y}=y^{10}$ の両辺を $(x+y)$ 乗して，

$$x^{(x+y)^2} = y^{10(x+y)} \cdots ③$$

$y^{x+y}=x^{90}$ の両辺を 10 乗して，

$$y^{10(x+y)} = x^{900} \cdots ④$$

③，④ より，

$$x^{(x+y)^2} = x^{900}$$

$x \neq 1$ より，

$$(x+y)^2 = 900$$

（以下省略）

(ii)

$$\begin{aligned} f(x) \geqq g(x) &\iff x^2-2x+3 \geqq 2x^2+6x-1 \\ &\iff x^2+8x-4 \leqq 0 \end{aligned}$$

これを解いて，

$$\boldsymbol{-4-2\sqrt{5} \leqq x \leqq -4+2\sqrt{5}}$$

これより，

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (-4-2\sqrt{5} \leqq x \leqq -4+2\sqrt{5}) \\ f(x) & (x \leqq -4-2\sqrt{5},\ -4+2\sqrt{5} \leqq x) \end{cases}$$

$-4-2\sqrt{5} < -2 < -4+2\sqrt{5} < 2$ より，次のようになる。

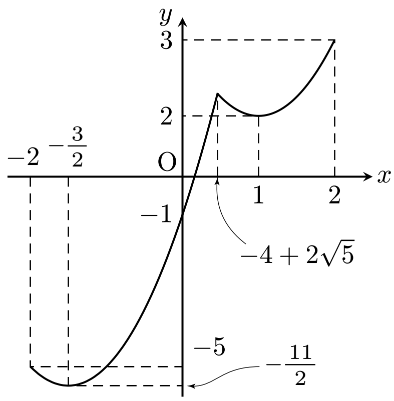
(ア)　$-2 \leqq x \leqq -4+2\sqrt{5}$ のとき，

$$
\begin{aligned}
h(x) &= g(x) \\
&= 2x^2 + 6x - 1 \\
&= 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{11}{2}
\end{aligned}
$$

(イ)　$-4 + 2\sqrt{5} \leqq x \leqq 2$ のとき,

$$
\begin{aligned}
h(x) &= f(x) \\
&= x^2 - 2x + 3 \\
&= (x - 1)^2 + 2
\end{aligned}
$$

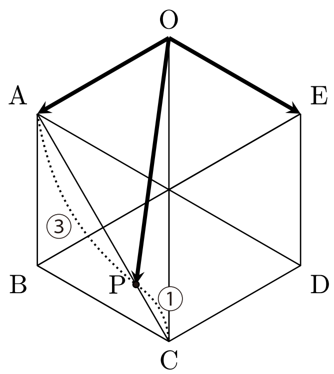
(ア), (イ) より，$y = h(x)$ のグラフは下のようになる。



上のグラフより，$x = 2$ のとき最大で $M = 3$，$x = -\frac{3}{2}$ のとき最小で $m = -\frac{11}{2}$ となる。

$$(M,\, m) = \left(\mathbf{3,\ -\frac{11}{2}}\right)$$

(iii)

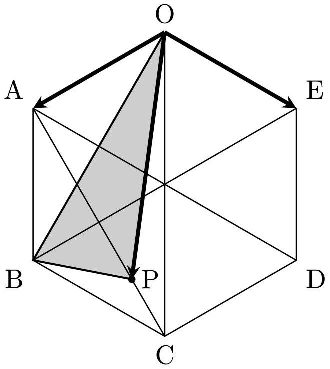


$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ であり，AP : PC = 3 : 1 である。よって,

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \frac{1}{4}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{3}{4}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}} \\
&= \frac{1}{4}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{3}{4}\left(2\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}\right) \\
&= \frac{7}{4}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{3}{2}\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}
\end{aligned}
$$

よって,

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{7}{4}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{3}{2}\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}}$$



また，$\triangle$OBP の面積について，

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{OBP} &= (\text{四角形 OABP}) - \triangle\mathrm{OAB} \\ &= \frac{3}{4}(\text{四角形 OABC}) - \triangle\mathrm{OAB} \\ &= \frac{3}{4}\cdot 3\triangle\mathrm{OAB} - \triangle\mathrm{OAB} \\ &= \frac{5}{4}\triangle\mathrm{OAB} \\ &= \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot\sin 120^\circ \\ &= \frac{5\sqrt{3}}{16}\end{aligned}$$

よって，

$$\triangle\mathrm{OBP} = \boldsymbol{\frac{5\sqrt{3}}{16}}$$

(別解)

$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ より，

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2 &= |2\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2 \\ &= 4|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 + 4\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OE}} + |\overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2 \\ &= 4\cdot 1^2 + 4\cdot 1\cdot 1\cdot\cos 120^\circ + 1^2 \\ &= 4 - 2 + 1 \\ &= 3\end{aligned}$$

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{4}\left(7\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 6\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}\right)$ より，

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2 &= \frac{1}{4^2}|7\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 6\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2 \\ &= \frac{1}{16}\left(49|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 + 84\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OE}} + 36|\overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2\right) \\ &= \frac{1}{16}\left\{49\cdot 1^2 + 84\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 36\cdot 1^2\right\} \\ &= \frac{1}{16}(49 - 42 + 36) \\ &= \frac{43}{16}\end{aligned}$$

また，

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= (2\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}})\cdot\frac{1}{4}\left(7\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+6\,\overrightarrow{\mathrm{OE}}\right)\\
&= \frac{1}{4}\left(14|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2+19\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OE}}+6|\overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2\right)\\
&= \frac{1}{4}\left\{14\cdot 1^2+19\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+6\cdot 1^2\right\}\\
&= \frac{1}{4}\left(14-\frac{19}{2}+6\right)\\
&= \frac{21}{8}
\end{aligned}
$$

以上より，

$$
\begin{aligned}
\triangle\mathrm{OBP} &= \frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2-\left(\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right)^2}\\
&= \frac{1}{2}\sqrt{3\cdot\frac{43}{16}-\left(\frac{21}{8}\right)^2}\\
&= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{75}{64}}\\
&= \frac{5\sqrt{3}}{16}
\end{aligned}
$$

よって，

$$
\triangle\mathrm{OBP}=\boldsymbol{\frac{5\sqrt{3}}{16}}
$$

［II］ 次の $\boxed{}$ をうめよ。答は解答用紙の該当(がいとう)欄に記入せよ。

(i) 点 $(x,\ y)$ が不等式 $|x-1|+|y+1| \leqq 1$ をみたすように動くとき，$x^2-\dfrac{1}{2}x-y$ の最大値は $\boxed{(1)}$ であり，最小値は $\boxed{(2)}$ である。

(ii) 自然数 a と b が次の 2 条件

- $a > b$,
- a，b の最大公約数は 10，最小公倍数は 140

をみたすとき，組 $(a,\ b)$ をすべて求めると $(a,\ b)=\boxed{(3)}$ である。また，自然数 a，b，c が上の 2 条件に加えて次の 3 条件

- $b > c$,
- a，b，c の最大公約数は 2,
- b，c の最小公倍数は 60

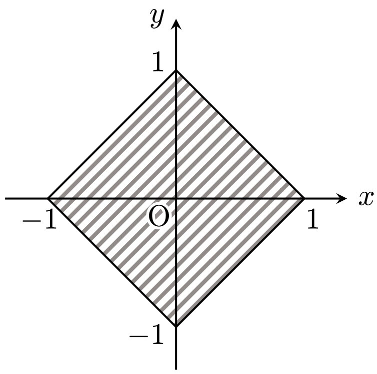
をみたすとき，組 $(a,\ b,\ c)$ をすべて求めると $(a,\ b,\ c)=\boxed{(4)}$ である。

解答

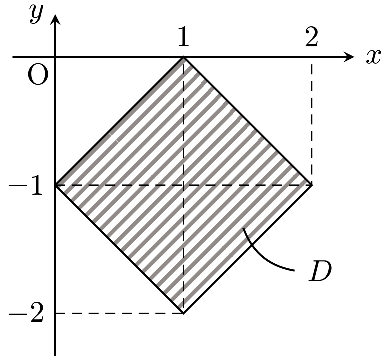
(i) (1) 4　(2) $\dfrac{7}{16}$　(ii) (3) $(140,\ 10)$, $(70,\ 20)$　(4) $(70,\ 20,\ 6)$, $(70,\ 20,\ 12)$

解説

(i) 不等式 $|x|+|y| \leqq 1$ をみたす点 $(x,\ y)$ の集合は図の斜線部分である（境界線上の点を含む）。



この領域を x 軸方向に 1，y 軸方向に -1 だけ平行移動した領域が，不等式 $|x-1|+|y+1| \leqq 1$ をみたす点 $(x,\ y)$ の集合である。この領域を D とする。



また，$x^2-\dfrac{1}{2}x-y=k$ とおくと，

$$y=x^2-\frac{1}{2}x-k\cdots①$$
$$=\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{16}-k$$

① は軸の方程式が $x=\dfrac{1}{4}$ で下に凸の放物線を表す。① が点 $(2,\,-1)$ を通るとき，または，点 $(1,\,-2)$ を通るとき k は最大である。① が点 $(2,\,-1)$ を通るとき，

$$k=2^2-\frac{1}{2}\cdot 2-(-1)$$
$$=4$$

① が点 $(1,\,-2)$ を通るとき，

$$k=1^2-\frac{1}{2}\cdot 1-(-2)$$
$$=\frac{5}{2}$$

よって，求める**最大値は 4** である。

$y=x^2-\dfrac{1}{2}x-k$ が線分 $y=x-1$ に接するかどうか考える。$y=x^2-\dfrac{1}{2}x-k$ において，

$$y'=2x-\frac{1}{2}$$

微分係数が 1 となるとき，

$$2x-\frac{1}{2}=1 \iff x=\frac{3}{4}$$

したがって，$y=x^2-\dfrac{1}{2}x-k$ が $y=x-1\,(0\leqq x\leqq 1)$ に接するように k を定めることができ，このとき k は最小となる。$x=\dfrac{3}{4}$ のとき，$y=-\dfrac{1}{4}$ であるため，

$$k=\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$=\frac{7}{16}$$

よって，求める**最小値は** $\boldsymbol{\dfrac{7}{16}}$ である。

(ii) a，b の最大公約数が 10 なので，$a=10a'$，$b=10b'$（a'，b' は互いに素な自然数，$a'>b'$）と表せる。このとき，a，b の最小公倍数は $10a'b'$ と表せ，これが 140 より，

$$10a'b'=140 \iff a'b'=14\cdots①$$

よって，① を満たす自然数 $(a',\,b')$ は，

$$(a',\,b')=(14,\,1),\,(7,\,2)$$
$$\boldsymbol{\therefore (a,\,b)=(140,\,10),\,(70,\,20)}$$

$b>c$ であり，a，b，c の最大公約数は 2 なので，c は b より小さい正の偶数である。

(ア) $(a,\,b)=(140,\,10)$ のとき

c は 10 より小さい正の偶数で，b と c の最小公倍数が 60 となるような c は存在しない。

(イ) $(a,\,b)=(70,\,20)$ のとき

c は 20 より小さく 5 で割り切れない正の偶数で，b と c の最小公倍数が 60 となるような c は，

$$c=6,\,12$$

(ア)，(イ) より，

$$\boldsymbol{(a,\,b,\,c)=(70,\,20,\,6),\,(70,\,20,\,12)}$$

[III] 関数 $f(x)=e^{-x}\sin x$ について，次の問に答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

(i) x が $x\geqq 0$ の範囲にあるとき，$f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(ii) 部分積分法を繰り返し用いて定積分

$$V_n=\int_0^{2n\pi}|f(x)|dx,\ n=1,\,2,\,3,\,\cdots$$

の値を求めよ。さらに極限値 $\lim\limits_{n\to\infty}V_n$ を求めよ。

解答・解説

(i)

$$f'(x)=-e^{-x}(\sin x-\cos x)$$

$0\leqq x\leqq 2\pi$ において，$f'(x)=0$ のとき，

$$x=\frac{\pi}{4},\ \frac{5}{4}\pi$$

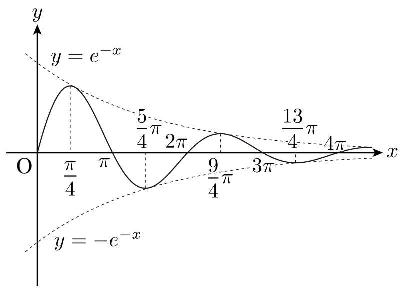
$0\leqq x\leqq 2\pi$ における $f(x)$ の増減表は次の通り。

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\frac{5}{4}\pi$	$\cdots$	2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}$	$\searrow$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{5}{4}\pi}$	$\nearrow$	0

ここで，

$$\begin{aligned}|f(x+n\pi)|&=\left|e^{-(x+n\pi)}\sin(x+n\pi)\right|\\&=e^{-n\pi}|f(x)|\cdots①\end{aligned}$$

よって，$f(x)$ の極大値・極小値はともに公比 $e^{-2\pi}$ $(0<e^{-2\pi}<1)$ の等比数列となる。



ゆえに，最大値・最小値ともに $0\leqq x\leqq 2\pi$ の区間に存在する。

最大値 $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}$，　最小値 $-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{5}{4}\pi}$

(別解)

$$f'(x)=-e^{-x}(\sin x-\cos x)$$

k を整数（$0\leqq k\leqq n-1$）とする。$2k\pi\leqq x\leqq 2(k+1)\pi$ において，$f'(x)=0$ のとき，

$$x=\frac{\pi}{4}+2k\pi,\ \frac{5}{4}\pi+2k\pi$$

$2k\pi \leqq x \leqq 2(k+1)\pi$ における $f(x)$ の増減表は次の通り。

x	$2k\pi$	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}+2k\pi$	$\cdots$	$\frac{5}{4}\pi+2k\pi$	$\cdots$	$2(k+1)\pi$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)$	$\searrow$	$f\left(\frac{5}{4}\pi+2k\pi\right)$	$\nearrow$	0

ここで，$g(k)=f\left(\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)$，$h(k)=f\left(\frac{5}{4}\pi+2k\pi\right)$ とすると，

$$\begin{cases} g(k)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}-2k\pi} \\ h(k)=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{5}{4}\pi-2k\pi} \end{cases}$$

$g(k)$ は単調に減少し，$h(k)$ は単調に増加する。また，

$$h(k)<0<g(k)$$

よって，$k=0$ のときを考えればよく，

$$x=\frac{\pi}{4} \text{ のとき}\textbf{最大値 } \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}}}\text{，} x=\frac{5}{4}\pi \text{ のとき}\textbf{最小値 } \boldsymbol{-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{5}{4}\pi}}$$

(ii) $I_k=\displaystyle\int_{k\pi}^{(k+1)\pi}|f(x)|dx$ とすると，

$$\begin{aligned} I_0&=\int_0^{\pi}e^{-x}\sin x dx \\ &=\Big[-e^{-x}\sin x\Big]_0^{\pi}+\int_0^{\pi}e^{-x}\cos x dx \\ &=\Big[-e^{-x}\cos x\Big]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}e^{-x}\sin x dx \\ 2I_0&=e^{-\pi}+e^0 \\ &=1+e^{-\pi} \end{aligned}$$

$$\therefore I_0=\frac{1}{2}(1+e^{-\pi})$$

ここで，① より，

$$I_k=e^{-k\pi}\int_0^{\pi}|f(x)|dx$$

よって，数列 $\{I_k\}$ は初項 I_0，公比 $e^{-\pi}$ の等比数列なので，

$$\begin{aligned} V_n&=I_0+I_1+\cdots+I_{2n-1} \\ &=\frac{1}{2}(1+e^{-\pi})\cdot\frac{1-(e^{-\pi})^{2n}}{1-e^{-\pi}} \\ &=\boldsymbol{\frac{(1+e^{-\pi})(1-e^{-2n\pi})}{2(1-e^{-\pi})}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n\to\infty}V_n&=\lim_{n\to\infty}\frac{(1+e^{-\pi})(1-e^{-2n\pi})}{2(1-e^{-\pi})} \\ &=\boldsymbol{\frac{1+e^{-\pi}}{2(1-e^{-\pi})}} \end{aligned}$$

(別解)

$$V_n = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} |f(x)|dx$$

$I_k = \displaystyle\int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} |f(x)|dx$ とすると，$2k\pi \leqq x \leqq (2k+1)\pi$ のとき $f(x) \geqq 0$，$(2k+1)\pi \leqq x \leqq 2(k+1)\pi$ のとき $f(x) \leqq 0$ より，

$$I_k = \int_{2k\pi}^{(2k+1)\pi} f(x)dx - \int_{(2k+1)\pi}^{2(k+1)\pi} f(x)dx$$

ここで，$J = \displaystyle\int e^{-x} \sin x dx$ とすると，

$$\begin{aligned} J &= -e^{-x} \sin x + \int e^{-x} \cos x dx \\ &= -e^{-x} \sin x - e^{-x} \cos x - \int e^{-x} \sin x dx \\ &= -e^{-x}(\sin x + \cos x) - J \end{aligned}$$

$$\therefore J = -\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x + \cos x) + C \qquad (C \text{ は積分定数})$$

よって，

$$\begin{aligned} I_k &= \left[-\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x + \cos x)\right]_{2k\pi}^{(2k+1)\pi} + \left[\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x + \cos x)\right]_{(2k+1)\pi}^{2(k+1)\pi} \\ &= -\frac{1}{2}e^{-(2k+1)\pi} \cos(2k+1)\pi + \frac{1}{2}e^{-2k\pi} \cos 2k\pi \\ &\qquad + \frac{1}{2}e^{-2(k+1)\pi} \cos 2(k+1)\pi - \frac{1}{2}e^{-(2k+1)\pi} \cos(2k+1)\pi \\ &= e^{-(2k+1)\pi} + \frac{1}{2}e^{-2k\pi} + \frac{1}{2}e^{-2(k+1)\pi} \end{aligned}$$

したがって，

$$\begin{aligned} V_n &= \sum_{k=0}^{n-1} \left\{e^{-(2k+1)\pi} + \frac{1}{2}e^{-2k\pi} + \frac{1}{2}e^{-2(k+1)\pi}\right\} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2}e^{-2k\pi}\left(2e^{-\pi} + 1 + e^{-2\pi}\right) \\ &= \frac{\left(2e^{-\pi} + 1 + e^{-2\pi}\right)\left(1 - e^{-2n\pi}\right)}{2\left(1 - e^{-2\pi}\right)} \\ &= \frac{\left(e^{-\pi} + 1\right)^2\left(1 - e^{-2n\pi}\right)}{2\left(1 - e^{-2\pi}\right)} \\ &= \boldsymbol{\frac{\left(1 + e^{-\pi}\right)\left(1 - e^{-2n\pi}\right)}{2\left(1 - e^{-\pi}\right)}} \end{aligned}$$

また，$0 < e^{-2\pi} < 1$ より，

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} V_n &= \lim_{n\to\infty} \frac{\left(1 + e^{-\pi}\right)\left(1 - e^{-2n\pi}\right)}{2\left(1 - e^{-\pi}\right)} \\ &= \boldsymbol{\frac{1 + e^{-\pi}}{2(1 - e^{-\pi})}} \end{aligned}$$

講評

［I］　［小問集合］（標準）

(i)　対数をとり $x+y$ の値を求めたあとは，x, y の一方を消去すればよい。対数をとることに気付けても，その後の方針で戸惑った受験生も多いかも知れない。1 式目を $(x+y)$ 乗，2 式目を 10 乗して指数を比較することでも求められる。

(ii)　2 次関数の最大・最小の問題。グラフを正確に描ければ易しい。基本的な問題。

(iii)　平面ベクトルの問題。(6) は $\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2-\left(\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right)^2}$ で求められるが，比を用いて図形的に解くこともできる。

［II］　［小問集合］（標準）

(i)　領域における最大・最小の問題。絶対値の処理と，正確な作図が必要になる。

(ii)　自然数の最大公約数，最小公倍数の問題。基本的ではあるが 3 数の条件の処理は難しい。

［III］　［数Ⅲの積分法］（標準～やや難）

(i)　減衰曲線の最大，最小の問題。極大値・極小値について，x が π 増加するごとに，y 座標の絶対値が $e^{-\pi}$ 倍されることに注目する。

(ii)　初項 $\int_0^{\pi}\left|e^{-x}\sin x\right|dx$，公比 $e^{-\pi}$ の等比数列として処理できるかが鍵。

昨年に比べ計算量は減り，若干易化した。ただ，要所ごとに方針に戸惑うような問題もあり，8 割を取るのは難しくなっている。解ける問題を正確に，確実に取ることが必要。目標点数は 75%。